

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце: МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФИО: Силин Яков Петрович  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 08.06.2026 14:30:23  
Уникальный программный ключ:  
24f866be2aca16484036a8cb5c507a9531e6054

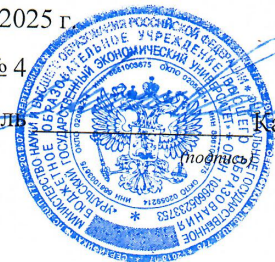
ФГБОУ ВО «Уральский государственный экономический университет»

**Одобрена**  
на заседании кафедры

27.11.2025 г.  
протокол № 3  
Зав. кафедрой Карпов А.Е.

**Утверждена**  
Советом по учебно-методическим  
вопросам и качеству образования

16 декабря 2025 г.  
протокол № 4  
Председатель Карх Д.А.



### РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины	Высшая математика
Направление подготовки	38.03.05 Бизнес-информатика
Профиль	Цифровой бизнес
Форма обучения	очно-заочная
Год набора	2026

Разработана:  
Доцент, к.ф.-м.н  
Петров Н.П.

Доцент, к.п.н.  
Петрова С.Н.

Екатеринбург  
2025 г.

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>ВВЕДЕНИЕ</b>	<b>3</b>
<b>1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ</b>	<b>3</b>
<b>2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП</b>	<b>3</b>
<b>3. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ</b>	<b>3</b>
<b>4. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ОПОП</b>	<b>3</b>
<b>5. ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН</b>	<b>4</b>
<b>6. ФОРМЫ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ШКАЛЫ ОЦЕНИВАНИЯ</b>	<b>5</b>
<b>7. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ</b>	<b>8</b>
<b>8. ОСОБЕННОСТИ ОРГАНИЗАЦИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ ДЛЯ ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ</b>	<b>13</b>
<b>9. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ</b>	<b>13</b>
<b>10. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ВКЛЮЧАЯ ПЕРЕЧЕНЬ ЛИЦЕНЗИОННОГО ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ И ИНФОРМАЦИОННЫХ СПРАВОЧНЫХ СИСТЕМ, ОНЛАЙН КУРСОВ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ</b>	<b>14</b>
<b>11. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ</b>	<b>15</b>

## ВВЕДЕНИЕ

Рабочая программа дисциплины является частью основной профессиональной образовательной программы высшего образования - программы бакалавриата, разработанной в соответствии с ФГОС ВО

ФГОС ВО	Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 38.03.05 Бизнес-информатика (приказ Минобрнауки России от 29.07.2020 г. № 838)
---------	---

### 1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Введение студентов в дидактическую систему фундаментальных математических понятий таких разделов как линейная алгебра, аналитическая геометрия и математический анализ, которые

выступает основой для освоения информатики и вычислительной техники.

Задачи дисциплины:

- определение понятий, раскрывающих ядро математической картины мира;
- построение учебных заданий, направленных на формирование умений применять основные понятия линейной алгебры, аналитической геометрии и математического анализа, теории вероятностей и математической статистики для составления алгоритмов численных методов;
- соотнесение математических моделей при решении учебных задач с описанием содержания вычислительных алгоритмов.

### 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина относится к обязательной части учебного плана.

### 3. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Промежуточная аттестация	Часов					З.е.
	Всего за семестр	Контактная работа (по уч.зан.)			Самостоятельная работа в том числе подготовка контрольных и курсовых	
		Всего	Лекции	Практические занятия, включая курсовое проектирование		
Семестр 1						
Экзамен	144	16	8	8	119	4
Семестр 2						
Экзамен, Контрольная работа	144	16	8	8	119	4
	288	32	16	16	238	8

### 4. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ОПОП

В результате освоения ОПОП у выпускника должны быть сформированы компетенции, установленные в соответствии ФГОС ВО.

Шифр и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенций
---------------------------------	-----------------------------------

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИД-1.УК-1 Знать: принципы сбора, отбора и обобщения информации
	ИД-2.УК-1 Уметь: соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности
	ИД-3.УК-1 Иметь практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов
УК-2 Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	ИД-1.УК-2 Знать: необходимые для осуществления профессиональной деятельности правовые нормы и экономические законы
	ИД-2.УК-2 Уметь: определять круг задач в рамках избранных видов профессиональной деятельности, планировать собственную деятельность исходя из имеющихся ресурсов; соотносить главное и второстепенное, решать поставленные задачи в рамках избранных видов профессиональной деятельности
	ИД-3.УК-2 Иметь практический опыт применения нормативной базы и решения задач в области избранных видов профессиональной деятельности

## 5. ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

Тема	Часов						Самост. работа	Контроль самостоятельной работы
	Наименование темы	Всего часов	Контактная работа (по уч.зан.)					
			Лекции	Лабораторные	Практические занятия			
Семестр 1		135						
Тема 1.	Основы линейной алгебры (УК-1, УК-2)	68	4		4	60		

Тема 2.	Аналитическая геометрия и векторная алгебра (УК-1, УК-2)	67	4		4	59	
Семестр 2		135					
Тема 3.	Элементы математического анализа (УК-1, УК-2)	48	4		4	40	
Тема 4.	Основные понятия теории вероятностей и математической статистики (УК-1, УК-2)	43	2		2	39	
Тема 5.	Методы оптимальных решений (УК-1, УК-2)	44	2		2	40	

## 6. ФОРМЫ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ШКАЛЫ ОЦЕНИВАНИЯ

Раздел/Тема	Вид оценочного средства	Описание оценочного средства	Критерии оценивания
Текущий контроль (Приложение 4)			
Тема 1	Аудиторная контрольная работа 2	4 задания: 1) произведение матриц; 2) определитель; 3) матричное уравнение; 4) СЛУ.	Максимально возможное количество баллов - 10. Первые три задания оцениваются по 2 балла, четверное 4 балла.
Тема 2	Аудиторная контрольная работа 1	3 задания: 1) нахождение уравнений сторон и высот треугольника по заданным вершинам; 2) составление уравнения плоскости; 3) составление уравнений кривых второго порядка по заданным значениям.	Максимально возможное количество баллов - 10. Первое и второе задания оцениваются по 3 балла, третье задание - 4 балла.
Тема 3	Аудиторная контрольная работа 3	3 задания: 1) вычисление пределов функций; 2) нахождение производных функций; 3) нахождение интегралов от функций.	Максимально возможное количество баллов - 10. Первые два задания оцениваются по 3 балла каждое, третье задание - 4 балла.
Тема 4	Аудиторная контрольная работа 4	9 заданий: 1) задача на классическое определение вероятности; 2) задача на теоремы сложения и умножения вероятностей; 3) задача на применение формул полной вероятности и Байеса; 4) задача на применение формулы Пуассона; 5) задача на распределение случайной величины; 6) задачи, связанные с функцией распределения и плотностью распределения вероятностей; 7) - 9) задачи на определение математического ожидания и дисперсии.	Максимально возможное количество баллов - 10. Первые восемь заданий оцениваются в 1 балл, девятое задание в 2 балла

Тема 5	Аудиторная контрольная работа 5	2 задания: 1) задача на геометрический и симплексный методы решения; 2) транспортная задача.	Максимально возможное количество баллов - 10. Первое задание оценивается в 6 баллов, второе задание - 4 балла.
Промежуточная аттестация(Приложение 5)			
1 семестр (Эк)	Экзаменационный билет	30 билетов, состоящих из 2 теоретико-практических вопросов и 1 практического задания.	Первый и второй вопросы – теоретические, с обязательным доказательством теорем и задачей на соответствующую тему (полный ответ оценивается в 40 баллов), третий вопрос содержит задачу (полный ответ оценивается в 20 баллов). Максимально возможное количество баллов за решение билета - 100.
2 семестр (Эк)	Экзаменационный билет	30 билетов, состоящих из 2 теоретико-практических вопросов и 2 практических задания.	Два вопроса - теоретические, с обязательным доказательством и задачей на соответствующую тему (полный ответ оценивается в 30 баллов). Два вопроса - практическая задача (полный ответ оценивается в 20 баллов). Максимально возможное количество баллов за решение билета - 100.

## ОПИСАНИЕ ШКАЛ ОЦЕНИВАНИЯ

Показатель оценки освоения ОПОП формируется на основе объединения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающегося.

Показатель рейтинга по каждой дисциплине выражается в процентах, который показывает уровень подготовки студента.

Текущий контроль. Используется 100-балльная система оценивания. Оценка работы студента в течение семестра осуществляется преподавателем в соответствии с разработанной им системой оценки учебных достижений в процессе обучения по данной дисциплине.

В рабочих программах дисциплин и практик закреплены виды текущего контроля, планируемые результаты контрольных мероприятий и критерии оценки учебных достижений.

В течение семестра преподавателем проводится не менее 3-х контрольных мероприятий, по оценке деятельности студента. Если посещения занятий по дисциплине включены в рейтинг, то данный показатель составляет не более 20% от максимального количества баллов по дисциплине.

Промежуточная аттестация. Используется 5-балльная система оценивания. Оценка работы студента по окончании дисциплины (части дисциплины) осуществляется преподавателем в соответствии с разработанной им системой оценки достижений студента в процессе обучения по данной дисциплине. Промежуточная аттестация также проводится по окончании формирования компетенций.

Порядок перевода рейтинга, предусмотренных системой оценивания, по дисциплине, в пятибалльную систему.

Высокий уровень – 100% - 70% - отлично, хорошо.

Средний уровень – 69% - 50% - удовлетворительно.

Показатель оценки	По 5-балльной системе	Характеристика показателя
100% - 85%	отлично	обладают теоретическими знаниями в полном объеме, понимают, самостоятельно умеют применять, исследовать, идентифицировать, анализировать, систематизировать, распределять по категориям, рассчитать показатели, классифицировать, разрабатывать модели, алгоритмизировать, управлять, организовать, планировать процессы исследования, осуществлять оценку результатов на высоком уровне
84% - 70%	хорошо	обладают теоретическими знаниями в полном объеме, понимают, самостоятельно умеют применять, исследовать, идентифицировать, анализировать, систематизировать, распределять по категориям, рассчитать показатели, классифицировать, разрабатывать модели, алгоритмизировать, управлять, организовать, планировать процессы исследования, осуществлять оценку результатов.  Могут быть допущены недочеты, исправленные студентом самостоятельно в процессе работы (ответа и т.д.)
69% - 50%	удовлетворительно	обладают общими теоретическими знаниями, умеют применять, исследовать, идентифицировать, анализировать, систематизировать, распределять по категориям, рассчитать показатели, классифицировать, разрабатывать модели, алгоритмизировать, управлять, организовать, планировать процессы исследования, осуществлять оценку результатов на среднем уровне. Допускаются ошибки, которые студент затрудняется исправить самостоятельно.
49 % и менее	неудовлетворительно	обладают не полным объемом общих теоретическими знаниями, не умеют самостоятельно применять, исследовать, идентифицировать, анализировать, систематизировать, распределять по категориям, рассчитать показатели, классифицировать, разрабатывать модели, алгоритмизировать, управлять, организовать, планировать процессы исследования, осуществлять оценку результатов. Не сформированы умения и навыки для решения профессиональных задач
100% - 50%	зачтено	характеристика показателя соответствует «отлично», «хорошо», «удовлетворительно»
49 % и менее	не зачтено	характеристика показателя соответствует «неудовлетворительно»

## 7. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 7.1. Содержание лекций

### Тема 1. Основы линейной алгебры (УК-1, УК-2)

Матрицы. Линейные операции над матрицами: сложение матриц, умножение матрицы на число.

Умножение матриц.

Определители. Определители 2 и 3-го порядков. Общее понятие об определителе  $n$ -го порядка.

Свойства определителей  $n$ -го порядка. Обратная матрица. Матричные уравнения. Общая теория систем линейных уравнений. Квадратные СЛУ. Метод Крамера. Нахождение решения с помощью обратной матрицы. Элементарные преобразования системы. Произвольные СЛУ. Теорема Кронекера–Капелли. Метод Жордана – Гаусса. Множество комплексных чисел. Алгебраические операции и формы представления комплексных чисел. Извлечение корней произвольной степени из комплексного числа, возведение комплексных чисел в произвольную степень

### Тема 2. Аналитическая геометрия и векторная алгебра (УК-1, УК-2)

Введение в векторную алгебру. Линейные операции над векторами на плоскости. Линейные операции над векторами в пространстве. Скалярное, векторное и смешанное произведения. Базисы на плоскости и в пространстве.

Аналитическая геометрия на плоскости. Виды уравнения прямой на плоскости. Исследование взаимного расположения двух прямых на плоскости. Кривые второго порядка.

Аналитическая геометрия в пространстве. Уравнение плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей. Уравнения прямой в пространстве.

Линейные пространства.

### Тема 3. Элементы математического анализа (УК-1, УК-2)

Понятие множества. Числовые последовательности. Понятие функции. Свойства функций. Понятие предела функции. Производные функции. Применения дифференциального исчисления.

Исследование функций, построение графиков функций. Понятие дифференциала функции.

Неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования. Определенный интеграл. Формула Ньютона–Лейбница. Основные методы вычисления определенных интегралов. Приложения определенных интегралов. Вычисление площадей плоских фигур. Вычисление объемов тел вращения.

Функции нескольких переменных. Частные производные. Исследование функции нескольких переменных на экстремум. Элементы теории поля.

Дифференциальные уравнения. Задача Коши. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными, однородный, уравнение Бернулли. Дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами однородные и неоднородные.

Числовые ряды. Условия сходимости числовых рядов.

### Тема 4. Основные понятия теории вероятностей и математической статистики (УК-1, УК-2)

Пространство случайных событий. Алгебра событий. Различные подходы к определению вероятности. Формула умножения вероятностей. Формула сложения вероятностей для совместных и несовместных событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Формула Бернулли.

Формула Пуассона. Понятие случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины. Ряд распределения. Плотность распределения вероятностей. Функция распределения.

Свойства этих функций и связь между ними. Числовые характеристики случайной величины. Закон больших чисел и предельные теоремы.

## Тема 5. Методы оптимальных решений (УК-1, УК-2)

Понятие математической модели задачи. Графический метод решения задач линейного программирования. Симплексный метод решения задач линейного программирования. Транспортная задача.

### 7.2 Содержание практических занятий и лабораторных работ

## Тема 2. Аналитическая геометрия и векторная алгебра (УК-1, УК-2)

Введение в векторную алгебру. Линейные операции над векторами на плоскости. Линейные операции над векторами в пространстве. Скалярное, векторное и смешанное произведения. Базисы на плоскости и в пространстве.

Аналитическая геометрия на плоскости. Виды уравнения прямой на плоскости. Исследование взаимного расположения двух прямых на плоскости. Кривые второго порядка.

Аналитическая геометрия в пространстве. Уравнение плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей. Уравнения прямой в пространстве.

Линейные пространства.

## Тема 3. Элементы математического анализа (УК-1, УК-2)

Понятие множества. Числовые последовательности. Понятие функции. Свойства функций. Понятие предела функции. Производные функции. Применения дифференциального исчисления.

Исследование функций, построение графиков функций. Понятие дифференциала функции.

Неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Основные методы вычисления определенных интегралов. Приложения определенных интегралов. Вычисление площадей плоских фигур. Вычисление объемов тел вращения.

Функции нескольких переменных. Частные производные. Исследование функции нескольких переменных на экстремум. Элементы теории поля.

Дифференциальные уравнения. Задача Коши. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными, однородный, уравнение Бернулли. Дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами однородные и неоднородные.

Числовые ряды. Условия сходимости числовых рядов.

Тема 4. Основные понятия теории вероятностей и математической статистики (УК-1, УК-2)

Пространство случайных событий. Алгебра событий. Различные подходы к определению вероятности. Формула умножения вероятностей. Формула сложения вероятностей для совместных и несовместных событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Формула Бернулли. Формула Пуассона. Понятие случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины. Ряд распределения. Плотность распределения вероятностей. Функция распределения. Свойства этих функций и связь между ними. Числовые характеристики случайной величины. Закон больших чисел и предельные теоремы.

Тема 5. Методы оптимальных решений (УК-1, УК-2)

Понятие математической модели задачи. Графический метод решения задач линейного программирования. Симплексный метод решения задач линейного программирования. Транспортная задача.

7.3. Содержание самостоятельной работы

Тема 2. Аналитическая геометрия и векторная алгебра (УК-1, УК-2)

Введение в векторную алгебру. Линейные операции над векторами на плоскости. Линейные операции над векторами в пространстве. Скалярное, векторное и смешанное произведения. Базисы на плоскости и в пространстве.

Аналитическая геометрия на плоскости. Виды уравнения прямой на плоскости. Исследование взаимного расположения двух прямых на плоскости. Кривые второго порядка.

Аналитическая геометрия в пространстве. Уравнение плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей. Уравнения прямой в пространстве.

Линейные пространства.

Тема 3. Элементы математического анализа (УК-1, УК-2)

Понятие множества. Числовые последовательности. Понятие функции. Свойства функций. Понятие предела функции. Производные функции. Применения дифференциального исчисления.

Исследование функций, построение графиков функций. Понятие дифференциала функции.

Неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Основные методы вычисления определенных интегралов. Приложения определенных интегралов. Вычисление площадей плоских фигур. Вычисление объемов тел вращения.

Функции нескольких переменных. Частные производные. Исследование функции нескольких переменных на экстремум. Элементы теории поля.

Дифференциальные уравнения. Задача Коши. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными, однородный, уравнение Бернулли. Дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами однородные и неоднородные.

Числовые ряды. Условия сходимости числовых рядов.

Тема 4. Основные понятия теории вероятностей  
и математической статистики (УК-1, УК-2)

Пространство случайных событий. Алгебра событий. Различные подходы к определению вероятности. Формула умножения вероятностей. Формула сложения вероятностей для совместных и несовместных событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Формула Бернулли. Формула Пуассона. Понятие случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины. Ряд распределения. Плотность распределения вероятностей. Функция распределения. Свойства этих функций и связь между ними. Числовые характеристики случайной величины. Закон больших чисел и предельные теоремы.

Тема 5. Методы оптимальных решений (УК-1, УК-2)

Понятие математической модели задачи. Графический метод решения задач линейного программирования. Симплексный метод решения задач линейного программирования. Транспортная задача. Элементы нелинейного программирования.

7.3.1. Примерные вопросы для самостоятельной подготовки к зачету/экзамену  
Приложение 1

7.3.2. Практические задания по дисциплине для самостоятельной подготовки к  
зачету/экзамену  
Приложение 2

7.3.3. Перечень курсовых работ  
Не предусмотрено

7.4. Электронное портфолио обучающегося  
Размещается контрольная работа

7.5. Методические рекомендации по выполнению контрольной работы  
Приложение 6

7.6 Методические рекомендации по выполнению курсовой работы  
не предусмотрено

## **8. ОСОБЕННОСТИ ОРГАНИЗАЦИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ ДЛЯ ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ**

### ***По заявлению студента***

В целях доступности освоения программы для лиц с ограниченными возможностями здоровья при необходимости кафедра обеспечивает следующие условия:

- особый порядок освоения дисциплины, с учетом состояния их здоровья;
- электронные образовательные ресурсы по дисциплине в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья;
- изучение дисциплины по индивидуальному учебному плану (вне зависимости от формы обучения);
- электронное обучение и дистанционные образовательные технологии, которые предусматривают возможности приема-передачи информации в доступных для них формах.
- доступ (удаленный доступ), к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам, состав которых определен РПД.

## **9. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Сайт библиотеки УрГЭУ**

<http://lib.usue.ru/>

### **Основная литература:**

2. Шипачев В.С. Задачник по высшей математике [Электронный ресурс]: учебное пособие. - Москва: ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2023. - 304 – Режим доступа: <https://znanium.ru/catalog/product/1896401>

3. Шипачев В.С. Высшая математика [Электронный ресурс]: Учебник. - Москва: ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2024. - 479 – Режим доступа: <https://znanium.com/catalog/product/2085943>

4. Шапкин А.С. Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию [Электронный ресурс]: Учебное пособие. - Москва: Издательско-торговая корпорация "Дашков и К", 2023. - 402 – Режим доступа: <https://znanium.com/catalog/product/2082512>

5. Рудык Б.М., Бобрик Г.И., Гринцевичюс Р.К., Сагитов Р. В., Шершнева В.Г., Матвеев В.И., Гладких И.М. Курс высшей математики для экономистов [Электронный ресурс]: Учебник. - Москва: ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2024. - 647 – Режим доступа: <https://znanium.com/catalog/product/2091898>

6. Шипачев В.С. Задачник по высшей математике [Электронный ресурс]: Учебное пособие. - Москва: ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2024. - 304 – Режим доступа: <https://znanium.com/catalog/product/2124772>

### **Дополнительная литература:**

2. Кныш А. А., Марвин С. В., Соловьянов В. Б. Линейные модели в экономике [Электронный ресурс]: учебное пособие. - Екатеринбург: [Издательство УрГЭУ], 2017. - 70 – Режим доступа: <http://lib.usue.ru/resource/limit/ump/17/p488709.pdf>

3. Письменный Д. Т. Конспект лекций по высшей математике: [полный курс]. - Москва: Айрис-пресс, 2018. - 603

4. Письменный Конспект лекций по высшей математике. [в 2 частях]. Ч. 1.: - Москва: Айрис-пресс, 2018. - 280

5. Юдин С.В. Математика и экономико-математические модели [Электронный ресурс]: Учебник. - Москва: Издательский Центр РИО, 2018. - 374 – Режим доступа: <https://znanium.com/catalog/product/937964>

6. Лурье И.Г., Фунтикова Т.П. Высшая математика. Практикум [Электронный ресурс]: Учебное пособие. - Москва: Вузовский учебник, 2022. - 160 с. – Режим доступа: <https://znanium.com/catalog/product/1859260>

7. Бобрик Г.И., Гринцевичюс Р.К. Высшая математика для экономистов: сборник задач [Электронный ресурс]: учебное пособие. - Москва: ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2022. - 539 – Режим доступа: <https://znanium.ru/catalog/product/1852242>

8. Лурье И.Г., Фунтикова Т.П. Высшая математика. Практикум [Электронный ресурс]: Учебное пособие. - Москва: Вузовский учебник, 2023. - 160 – Режим доступа: <https://znanium.com/catalog/product/1988445>

9. Ключин В. Л. Высшая математика для экономистов. Практический курс [Электронный ресурс]: учебник и практикум для вузов. - Москва: Юрайт, 2023. - 143 – Режим доступа: <https://urait.ru/bcode/534291>

## **10. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ВКЛЮЧАЯ ПЕРЕЧЕНЬ ЛИЦЕНЗИОННОГО ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ И ИНФОРМАЦИОННЫХ СПРАВОЧНЫХ СИСТЕМ, ОНЛАЙН КУРСОВ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

### **Перечень лицензионного программного обеспечения:**

Astra Linux Common Edition. Договор №0417-ПО/2019 от 08.05.2019, Акт №Sk000343 от 24.05.2019 и Контракт № 35-У/2018 от 13.06.2018, Акт № УТ213 от 17.12.2018. Срок действия лицензии - без ограничения срока.

МойОфис стандартный. Соглашение № СК-281 от 7 июня 2017. Дата заключения - 07.06.2017. Срок действия лицензии - без ограничения срока.

Libre Office. Лицензия GNU LGPL. Срок действия лицензии - без ограничения срока.

### **Перечень информационных справочных систем, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:**

## **11. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Реализация учебной дисциплины осуществляется с использованием материально-технической базы УрГЭУ, обеспечивающей проведение всех видов учебных занятий и научно-исследовательской и самостоятельной работы обучающихся:

Специальные помещения представляют собой учебные аудитории для проведения всех видов занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду УрГЭУ.

Все помещения укомплектованы специализированной мебелью и оснащены мультимедийным оборудованием спецоборудованием (информационно-телекоммуникационным, иным компьютерным), доступом к информационно-поисковым, справочно-правовым системам, электронным библиотечным системам, базам данных действующего законодательства, иным информационным ресурсам служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Для проведения занятий лекционного типа презентации и другие учебно-наглядные пособия, обеспечивающие тематические иллюстрации.

7.3.1. Примерные вопросы для самостоятельной подготовки к  
зачету/экзамену

**1 семестр**  
**Вопросы к экзамену**

1. Множества и совокупности. Способы задания множеств, алгебраические операции над множествами.
2. Числовые множества.
3. Определение матрицы. Примеры применения матриц (таблиц).
4. Алгебраические операции над матрицами (сложение, умножение, умножение на число, транспонирование).
5. Определение единичной матрицы, нулевой матриц, матрицы-строки, матрицы-столбца.
6. Свойства операции сложения матриц.
7. Свойства умножения матриц.
8. Элементарные преобразования над матрицами.
9. Определение детерминанта, минора, алгебраического дополнения.
10. Свойства детерминанта и необходимое условие его существования.
11. Определение союзной и присоединенной матрицы.
12. Обратная матрица: определение и необходимое условие существования.
13. Свойства обратной матрицы.
14. Алгоритм нахождения обратной матрицы.
15. Виды матричных уравнений.
16. Определение системы линейных уравнений. Определение основной и расширенной матрицы системы.
17. Совместные и несовместные системы. Однородные и неоднородные системы.
18. Общее и базисное решение СЛУ.
19. Алгоритм решения СЛУ методом Гаусса.

20. Алгоритм решения СЛУ методом Крамера.
21. Алгоритм решения СЛУ методом обратной матрицы.
22. Определение вектора. Способы задания вектора. Нахождение его длины.
23. Коллинеарные, равные и компланарные векторы.
24. Проекция вектор на вектор, вектора на ось.
25. Необходимое и достаточное условие ортогональности векторов.
26. Скалярное произведение векторов и его свойства.
27. Угол между векторами.
28. Векторное произведение и его свойства.
29. Геометрический смысл векторного произведения векторов
30. Уравнение прямой, его виды.
31. Расстояние от точки до прямой.
32. Уравнение прямой проходящей через две точки.
33. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых.
34. Определение комплексного числа.
35. Модуль и аргумент комплексного числа.
36. Алгебраические операции над комплексными числами и их свойства.
37. Формы представления комплексных чисел.
38. Формула Муавра.
39. Общее уравнение кривой второго порядка. Каноническое уравнение гиперболы.
40. Общее уравнение кривой второго порядка. Каноническое уравнение эллипса.
41. Общее уравнение кривой второго порядка. Каноническое уравнение параболы.
42. Общее уравнение кривой второго порядка. Уравнение окружности.

## 2 семестр

### Вопросы к экзамену

1. Математический анализ: объект и предмет изучения.
2. Определение функции. Способы задания функций.
3. Область определения и область допустимых значений.
4. Четность и нечетность функций, графики четных и нечетных функций.
5. Определение предела функции в точке.
6. Свойства пределов.
7. Эквивалентные бесконечно малые величины.
8. Первый замечательный предел.
9. Второй замечательный предел.
10. Понятие точек разрыва функции, их классификация.
11. Определение асимптоты графика функции, виды асимптот.
12. Понятие производной функции.
13. Свойства производной и правила её нахождения.
14. Геометрический и физический смысл производной.
15. Исследование графиков функции с помощью производной (экстремумы, перегибы, вогнутость и т.д.).
16. Необходимое и достаточное условия существования экстремума.
17. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке.
18. Логарифмическое дифференцирование.
19. Уравнение касательной к графику функции.
20. Определение интеграла и его свойства.
21. Геометрический смысл неопределенного интеграла
22. Формула Ньютона-Лейбница.
23. Геометрический смысл определенного интеграла
24. Суть основных методов интегрирования: внесение множителя под знак интеграла, замена переменной, интегрирования по частям.
25. Суть основных методов интегрирования: интегрирование дробно-рациональных функций.

26. Понятие несобственного интеграла. Условия сходимости и расходимости несобственных интегралов.
27. Определение функции нескольких переменных. Определение частной производной.
28. Необходимое и достаточное условие существования экстремума функции нескольких переменных.
29. Определение дифференциального уравнения. Общее и частное решение дифференциального уравнения.
30. Задачи Коши.
31. Суть метода разделяющихся переменных в решении дифференциальных уравнений.
32. Суть метода Бернулли в решении дифференциальных уравнений.
33. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
34. Однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
35. Комбинаторика: объект и предмет изучения. Сочетания, размещения, перестановки.
36. Теория вероятностей: объект и предмет изучения. Классическое определение вероятностей. Теоремы о сложении и умножении вероятностей.
37. Определение и вычисление условной вероятности.
38. Определение и вычисление полной вероятности. Формула Байеса.
39. Понятие дискретной случайной величины.
40. Числовые характеристики дискретной случайной величины.
41. Закон распределения дискретной случайной величины, схема Бернулли и формула Пуассона.
42. Математическая статистика: объект и предмет изучения. Основные термины: выборка, размах, медиана, полигон и пр.
43. Математическое программирование: объект и предмет изучения. Понятие математической модели.

44. Графический метод решения: теоретическое обоснование применения, основные идеи и принципы.
45. Симплекс-метод решения задач линейного программирования: теоретическое обоснование применения, основные идеи и принципы.
46. Транспортная задача: теоретическое обоснование применения, основные идеи и принципы.

7.3.2. Практические задания по дисциплине для самостоятельной подготовки  
к зачету/экзамену

1 семестр

№	Содержание задания	Проверяемая компетенция
<b>закрытого типа</b>		
1	Числу -2,3 соответствует множество а) $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 3\}$ б) $\{x \in \mathbb{Z} \mid -10 \leq x \leq -7\}$ в) $\{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x < 0\}$ г) $\{x \in \mathbb{N} \mid 3 < x < 5\}$	УК-1,УК-2,
2	Значение предела $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 5x}{3x}$ равно а) 0 б) 1 в) 5/3 г) 3/5	УК-1,УК-2,
3	Производная функции $f(x) = x \ln x$ равна а) $1 - \ln x$ б) $\ln x - 1$ в) $\ln x + 1$ г) $1 + \ln x$	УК-1,УК-2,
4	Множество первообразных функции $f(x) = \sqrt[4]{x}$ имеет вид а) $\frac{1}{4 \sqrt[4]{x^3}} + C$ б) $\frac{4}{5} \sqrt[4]{x^5} + C$ в) $\sqrt[4]{x^5} + C$ г) $x^5 + C$	УК-1,УК-2,
5	Матрицы А, В и С имеют размеры 4'4, 4'2 и 4'4 соответственно. Тогда правильно определены операции над матрицами а) $(A+C)B$ б) $ABC$ в) $(A+B)C$ г) $(BC)A$	УК-1,УК-2,
<b>открытого типа</b>		
1	Если матрицы А и В можно умножать, следует ли из этого, что их можно складывать? Ответ обоснуйте.	УК-1,УК-2,
2	Может ли произведение неквадратных матриц быть квадратной матрицей? Ответ обоснуйте.	УК-1,УК-2,

3	Угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y=e^x+3x^2-5x$ в точке $x=0$ равен	УК-1,УК-2,
4	Если функция $f(x)=x\cdot\cos(x^2)$ , то производная первого порядка функции в точке $x=0$ равна	УК-1,УК-2,
5	Определенный интеграл $\int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$ равен:	УК-1,УК-2,

## 2 семестр

№	Содержание задания	Проверяемая компетенция										
<b>закрытого типа</b>												
1	Экономико-математическая модель считается линейной моделью лишь в том случае, если: а) Условия ограничений модели линейны; в) Целевая функция модели линейна; с) Как условия ограничений, так и целевая функция модели линейны; д) Целевая функция модели линейна, в составе условий ограничений имеется хотя бы одно линейное ограничение.	УК-1,УК-2,										
2	Определить форму записи модели: $Z = CX \rightarrow \max(\min)$ $A X \leq A_0$ $X \geq 0$ а) Матричная форма записи в) Смешанная форма записи с) Каноническая форма записи д) Запись с помощью знаков суммирования	УК-1,УК-2,										
1	Задачами линейного программирования являются: а) $F = x - 3y \text{ @ } \min,$ $x^3 - 2y^3 \leq 3, 3x + y \leq 4, x \geq 0, y \leq -2$ в) $F = 5x + y \text{ @ } \max,$ $3x - y^3 \leq 3, 3x + y \leq 8, y \leq -2$ с) $F = xy - z \text{ @ } \min,$ $x + y + z = 8, -x + y^2 + z \leq 10,$ $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ д) $F = x + xy \text{ @ } \max,$ $3x - y^3 \leq 3, 3x + y \leq 8, y \leq -2$	УК-1,УК-2,										
4	В урне находятся 12 белых и 8 черных шаров. Какова вероятность того, что наудачу вынутый шар будет белым? а) 1; в) 0,6; с) 0,4; д) -1	УК-1,УК-2,										
5	Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n=80$ : <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>x_i</math></td> <td>10</td> <td>15</td> <td>25</td> <td>30</td> </tr> <tr> <td><math>n_i</math></td> <td>20</td> <td><math>n_1</math></td> <td>10</td> <td>15</td> </tr> </table> <p>Тогда <math>n_1</math> равен</p> а) 40; в) 25; с) 35; д) 20.	$x_i$	10	15	25	30	$n_i$	20	$n_1$	10	15	УК-1,УК-2,
$x_i$	10	15	25	30								
$n_i$	20	$n_1$	10	15								

открытого типа																						
1	Размах варьирования вариационного ряда 3, 4, 4, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 12, 14, 14 равен ...	УК-1,УК-2,																				
2	Мода вариационного ряда 2, 2, 4, 5, 6, 6, 6, 7, 8, 9, 9 равна ...	УК-1,УК-2,																				
3	Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n = 50$ : <table border="1" data-bbox="592 264 949 441"> <tr> <td><math>x_i</math></td> <td>11</td> <td>12</td> <td>14</td> <td>15</td> </tr> <tr> <td><math>y_i</math></td> <td>4</td> <td>19</td> <td>20</td> <td>7</td> </tr> </table> <p>Тогда несмещенная оценка математического ожидания равна ...</p>	$x_i$	11	12	14	15	$y_i$	4	19	20	7	УК-1,УК-2,										
$x_i$	11	12	14	15																		
$y_i$	4	19	20	7																		
4	Транспортная задача, заданная распределительной таблицей <table border="1" data-bbox="303 517 735 801"> <tr> <td></td> <td><b><math>B_1</math></b></td> <td><b><math>B_2</math></b></td> <td><b><math>B_3</math></b></td> <td></td> </tr> <tr> <td><b><math>A_1</math></b></td> <td>1</td> <td>3</td> <td>2</td> <td><b>25</b></td> </tr> <tr> <td><b><math>A_2</math></b></td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td><b>7</b></td> </tr> <tr> <td></td> <td><b>17</b></td> <td><b>9</b></td> <td><b>b</b></td> <td></td> </tr> </table> <p>будет закрытой, если ...</p>		<b><math>B_1</math></b>	<b><math>B_2</math></b>	<b><math>B_3</math></b>		<b><math>A_1</math></b>	1	3	2	<b>25</b>	<b><math>A_2</math></b>	2	3	4	<b>7</b>		<b>17</b>	<b>9</b>	<b>b</b>		УК-1,УК-2,
	<b><math>B_1</math></b>	<b><math>B_2</math></b>	<b><math>B_3</math></b>																			
<b><math>A_1</math></b>	1	3	2	<b>25</b>																		
<b><math>A_2</math></b>	2	3	4	<b>7</b>																		
	<b>17</b>	<b>9</b>	<b>b</b>																			
5	Исход опыта, который может произойти или не произойти – это	УК-1,УК-2,																				

Приложение 6  
к рабочей программе

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКОНОМИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДЕНЫ

на заседании кафедры  
шахматного искусства и  
компьютерной математики

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ  
КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

по дисциплине

Математика

Прежде чем приступить к выполнению контрольной работы необходимо ознакомиться с теоретическим материалом. Рекомендуется также изучить Методические указания к решению задач (в конце данного пособия). Выбор варианта осуществляется с приведенной ниже таблицей. Работу следует сдать на проверку не позднее, чем за 3 дня до зачета/экзамена. Проверенная работа может быть возвращена на доработку. В этом случае студент выполняет работу над ошибками и сдает работу повторно.

Важно: работу следует загружать **одним** файлом (или архивом)

---

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**  
**по выполнению контрольной работы**  
**и варианты контрольных работ**

---

В соответствии с учебным планом студенты, обучающиеся в институте непрерывного образования, в процессе изучения курса «Математика» должны выполнить контрольную работу, которая является важной формой самостоятельной работы студентов. Она способствует углубленному изучению соответствующих тем курса. Ее цель – оказать помощь студентам в изучении математики, проверить усвоение ими отдельных вопросов курса, умение самостоятельно работать с литературой, наличие соответствующих умений и навыков.

При подготовке к контрольной работе студенту необходимо научиться работать со справочной и учебной литературой; усвоить основные теоретические положения; уметь анализировать условия задач, выбрать необходимые алгоритм и методы ее решения; оценить и проверить правильность полученного результата.

Для повышения эффективности самостоятельной работы студента в ходе выполнения им контрольной работы в данном комплексе приведены пояснения к решению типовых заданий и необходимые теоретические сведения, расположенные в разделе методических указаний по самостоятельной работе студентов в соответствии с темами курса.

При оформлении контрольной работы студенту необходимо соблюдать следующие требования:

1. Заполнить титульный лист по правилам, предусмотренным в институте непрерывного образования.
2. Аккуратно переписать условие задания.
3. Подробно описать решение задачи, при необходимости выполнить чертеж. Решение должно содержать необходимые комментарии и вычисления.
4. Исследования функций проводить в соответствии с предложенным алгоритмом.
5. В завершении необходимо написать полученный ответ и при необходимости сделать его проверку.
6. В конце работы должен быть приведен список фактически использованной литературы в алфавитном порядке, указана дата выполнения работы и поставлена подпись студента.

Контрольная работа выполняется в соответствии с предлагаемыми ниже вариантами. По номеру варианта необходимо выбрать порядковый номер примера в каждом задании каждой темы контрольной работы.

Например, для 5 варианта необходимо решить все пятые примеры всех заданий из всех тем контрольной работы.

Выбор варианта производится по начальной букве фамилии студента:

Начальная буква фамилии студента	Вариант
А, Б	1
В, Г	2
Д, Е, Ж	3
З, И, К	4
Л, М	5
Н, О, П	6
Р, С	7
Т, У, Ф, Х	8
Ц, Ч, Ш, Щ	9
Э, Ю, Я	10

Выполненные контрольные работы сдаются на проверку и рецензирование в университет в сроки, установленные учебным планом и графиком изучения дисциплины.

При проверке контрольной работы учитываются понимание сути вопроса, знание фактического материала, умение логично и ясно изложить решение. По качеству выполнения работы преподаватель судит об усвоении студентом изучаемых тем, делает замечания и пожелания по процессу изучения дисциплины.

Контрольная работа оценивается по принципу «зачтено / незачтено» и может быть зачтена при условии, что она выполнена с соблюдением распределения вариантов, написана самостоятельно, в соответствии с изученным теоретическим материалом.

Проверенная работа может быть возвращена на доработку. В этом случае студент должен провести работу над ошибками в этой же тетради и вновь сдать ее на проверку, указав на обложке, что она сдается повторно. Если рецензент предлагает переделать работу, то необходимо приложить к новой еще и незачтенную работу.

Получив зачет по контрольной работе, студент допускается к сдаче экзамена.

## ВАРИАНТЫ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

### КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

#### ТЕМА 1. МАТРИЦЫ И ОПРЕДЕЛИТЕЛИ

1.1 Вычислить определитель:

$$1. \begin{vmatrix} -1 & 0 & -4 & 2 \\ 2 & -3 & 0 & -9 \\ 3 & 4 & -7 & 1 \\ -2 & 0 & 0 & 4 \end{vmatrix}$$

$$2. \begin{vmatrix} 15 & 0 & -7 & 1 \\ 0 & 0 & -3 & 9 \\ -3 & 1 & 2 & 1 \\ 7 & 5 & 4 & -2 \end{vmatrix}$$

3.

$$\begin{vmatrix} 8 & 1 & 4 & 3 \\ 1 & 2 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 7 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \end{vmatrix}$$

$$4. \begin{vmatrix} 1 & -5 & 4 & 3 \\ 1 & 7 & 0 & 2 \\ 7 & 0 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & 6 & 7 \end{vmatrix}$$

$$5. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 7 & 9 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 9 \\ 2 & 4 & 5 & 8 \end{vmatrix}$$

6.

$$\begin{vmatrix} 2 & 5 & -7 & 0 \\ 8 & 2 & 4 & 7 \\ 2 & 4 & 6 & 7 \\ -10 & 7 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$7. \begin{vmatrix} 4 & 0 & 7 & 0 \\ 1 & -3 & 7 & -7 \\ 0 & 1 & -1 & -9 \\ 0 & 3 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$8. \begin{vmatrix} 2 & 5 & 0 & 9 \\ 1 & 1 & 2 & 7 \\ 0 & 9 & 0 & 8 \\ 1 & 1 & 1 & 7 \end{vmatrix}$$

9.

$$\begin{vmatrix} 1 & 4 & 0 & 5 \\ 1 & 7 & 4 & 5 \\ 3 & 3 & 9 & 5 \\ 1 & 0 & 7 & 0 \end{vmatrix}$$

$$10. \begin{vmatrix} 7 & 5 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 4 \\ 5 & 3 & 7 & 3 \\ 5 & 2 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

1.2 Найти обратную матрицу для матрицы A и сделать проверку:

$$\begin{array}{l}
1. A = \begin{pmatrix} 1 & 6 & -7 \\ 1 & -8 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad 2. A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -3 & 5 & 3 \\ 2 & 2 & -7 \end{pmatrix} \quad 3. A = \begin{pmatrix} 9 & -3 & 4 \\ 1 & 0 & 5 \\ -2 & 3 & 2 \end{pmatrix} \\
4. A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 \\ -4 & 3 & -5 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad 5. A = \begin{pmatrix} 6 & -1 & 9 \\ 0 & 2 & 5 \\ -2 & 1 & -8 \end{pmatrix} \quad 6. A = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 3 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -4 \end{pmatrix} \\
7. A = \begin{pmatrix} 12 & 0 \\ 1 & -4 & -7 \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix} \quad 8. A = \begin{pmatrix} 8 & -1 \\ 1 & 3 & 0 \\ 1 & 11 & -1 \end{pmatrix} \quad 9. A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ -3 & -5 & -2 \\ -5 & 0 & 2 \end{pmatrix} \\
10. A = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 0 \\ 1 & -1 & 4 \\ -3 & 3 & 5 \end{pmatrix}
\end{array}$$

## ТЕМА 2. СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

Решить систему линейных уравнений двумя способами: методом обратной матрицы, методом Гаусса:

$$\begin{array}{l}
1. \begin{cases} 2x - 3y + 3z = -10 \\ x + 3y - 3z = 13 \\ x + z = 0 \end{cases} \quad 2. \begin{cases} x - y + z = 3 \\ 2x + y + z = 11 \\ x + y + 2z = 8 \end{cases} \quad 3. \begin{cases} x + 2y + z = 8 \\ -2x + 3y - 3z = -5 \\ 3x - 4y + 5z = 10 \end{cases} \\
4. \begin{cases} 2x + y - z = 0 \\ 3y + 4z + 6 = 0 \\ x + z = 1 \end{cases} \quad 5. \begin{cases} -2x + y + 6 = 0 \\ x - 2y - z = 5 \\ 3x + 4y - 2z = 13 \end{cases} \quad 6. \begin{cases} x - 2y - 3z = -4 \\ 4x + y + 2z = 13 \\ 2x + 5y + z = -7 \end{cases} \\
7. \begin{cases} 3x + y + 5z = 0 \\ 2x + 3y + 3z = 3 \\ 2x + y + 4z = -1 \end{cases} \quad 8. \begin{cases} 3x + 4y + 3z = 9 \\ x + 2y + z = 5 \\ x + 2z = -3 \end{cases} \quad 9. \begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ x + y + z = 8 \\ y + 2z = 11 \end{cases} \\
10. \begin{cases} 2x + y + 3z = 3 \\ 3x + 2y + 4z = 7 \\ 2x - 3y + z = 1 \end{cases}
\end{array}$$

## ТЕМА 4. УРАВНЕНИЕ ПЛОСКОСТИ

Даны две точки  $M_1$  и  $M_2$ .

1. Составить общее уравнение плоскости, проходящей через точку  $M_1$  перпендикулярно вектору  $\vec{n} = M_1M_2$ .
2. Определить длины отрезков, отсекаемые плоскостью от осей координат.

Сделать чертеж.

1.  $M_1(4;-2;0); M_2(4;2;5)$
2.  $M_1(3;-2;3); M_2(3;3;-3)$
3.  $M_1(-4;4;2); M_2(-4;2;5)$
4.  $M_1(1;-3;0); M_2(1;-1;3)$
5.  $M_1(-3;2;4); M_2(2;2;-1)$
6.  $M_1(5;-1;2); M_2(-2;-1;3)$
7.  $M_1(-3;2;4); M_2(-5;1;4)$
8.  $M_1(-2;0;4); M_2(1;0;-4)$
9.  $M_1(4;2;-1); M_2(0;3;-1)$
10.  $M_1(3;0;-3); M_2(1;0;-4)$

## ТЕМА 6. ПРЕДЕЛЫ ФУНКЦИЙ

Вычислить пределы:

$$1. a) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3+x} - x}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg^2 \frac{x}{8} \arctg^2 \frac{5x}{4}}{x}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x - 3}{2x - 1}$$

$$2. a) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3-x}{x^3-27}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg x - \sin x}{x^3}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+5}{e^x+2}$$

$$3. a) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 - 2x - 3}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\arcsin 12x}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+5}{e^x-2}$$

$$4. a) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 4x + 3}{x+5}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 x}{x \sin 2x}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1}$$

$$5. a) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^4 + 2x^3 - 1}{100x^3 + 2x^2}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} x^2 \arctg 5x$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{x}$$

$$6. a) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{e^x + 1}{e^{x+3}} - \frac{6}{9 - x^2}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 10\pi x}{\operatorname{tg} 5x}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{e} + \frac{1}{x+1}$$

$$7. a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2-x}}{x-1}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 5x}{\arcsin 10x}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x - 5}{e^{x-2}}$$

$$8. a) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+2})$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 \frac{x}{2}}{2x^2}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{e} + \frac{1}{x+1}$$

$$9. a) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2 - \sqrt{6+x}}{\sqrt{7-x} - 3}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\operatorname{tg}^2 6x}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x+1}}$$

$$10. a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x + 1}{e^{1-x}} - \frac{3}{1-x^3}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 5x}{\operatorname{tg} 2x}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x - 5}{e^{x-2}}$$

## ТЕМА 8. ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИЙ

Используя дифференциальное исчисление, провести полное исследование функции и построить ее график:

$$1. y = 3\sqrt[3]{x^2} + 2x$$

$$2. y = x^2 - 6x + 3$$

$$3. y = x + \frac{27}{x^3}$$

$$4. y = x^2 + x$$

$$5. y = x^3 - 12x^2 + 36x$$

$$6. y = x^2 + \frac{1}{x^2}$$

$$7. y = \frac{2}{x^2 - 4}$$

$$8. y = \frac{x}{1 - x^2}$$

$$9. y = \frac{1}{x^2 - 3x + 2}$$

$$10. y = (x-1)^2(x+2)$$

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

### ТЕМА 9. НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

Вычислить неопределенные интегралы, используя методы интегрирования:

а) – непосредственное интегрирование;

б) – замены переменной;

в) – интегрирования по частям.

- |   |  |                                |
|---|--|--------------------------------|
| 1. а) $\int \frac{x^2 - 2x + 3}{x\sqrt{x}} dx$    | б) $\int e^{4 \cos x - 1} \sin x dx$             | в) $\int (x + 1) \ln x dx$     |
| 2. а) $\int g^2 x dx$                             | б) $\int \frac{\sqrt[6]{\ln^5 x}}{x} dx$         | в) $\int (x - 7) \sin x dx$    |
| 3. а) $\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x} dx$          | б) $\int \frac{10x - 3x^2}{x^3 - 5x^2} dx$       | в) $\int x^2 e^{3x} dx$        |
| 4. а) $\int \frac{\cos 4x - \cos 6x}{\sin 5x} dx$ | б) $\int \frac{1}{x^2} e^{\frac{3}{x}} dx$       | в) $\int (4 - x) e^{-3x} dx$   |
| 5. а) $\int \frac{x - 9}{\sqrt{x + 3}} dx$        | б) $\int \cos x \sqrt{1 - 2 \sin x} dx$          | в) $\int n^2 x dx$             |
| 6. а) $\int \frac{1 - \cos 2x}{6 \sin x} dx$      | б) $\int \frac{6x - 5}{\sqrt{3x^2 - 5x + 4}} dx$ | в) $\int (1 - 3x) \cos 2x dx$  |
| 7. а) $\int (3^x + 5^x)^2 dx$                     | б) $\int \frac{7^x}{\sqrt{49^x + 1}} dx$         | в) $\int x^2 \ln x dx$         |
| 8. а) $\int \frac{\cos 4x - \cos 6x}{\sin 5x} dx$ | б) $\int \operatorname{ctg} 5x dx$               | в) $\int (x^2 - 6x) e^{-x} dx$ |
| 9. а) $\int \frac{1}{\sqrt{4 + 3x^2}} dx$         | б) $\int \frac{e^{5x}}{4 - e^{10x}} dx$          | в) $\int \sqrt{x} \ln x dx$    |
| 10. а) $\int \frac{2x^2 - 8}{16 - x^4} dx$        | б) $\int e^{3x} \sqrt[4]{e^{3x} + 8} dx$         | в) $\int (x + 2) \ln x dx$     |

## ТЕМА 10. ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

10.1 Вычислить определенный интеграл:

1)  $\int_0^1 \frac{2x}{1+x^2} dx$

2)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos x dx$

$$3) \int_1^{e^2} \frac{1}{x \ln x} dx$$

$$4) \int_1^{\sqrt[3]{e}} x^2 \ln x dx$$

$$5) \int_1^2 \frac{\ln x}{x^5} dx$$

$$6) \int_{-1}^0 (2x+3) \times e^{-x} dx$$

$$7) \int_1^2 (3x+2) \times \ln x dx$$

$$8) \int_0^p (p-x) \times \sin x dx$$

$$9) \int_0^{\frac{p}{2}} x \cos x dx$$

$$10) \int_0^{\frac{p}{2}} x \times \sin x dx$$

10.2 Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной заданными кривыми. Сделать чертеж.

$$1. y = \frac{3}{x}, \quad x + y = -4.$$

$$2. y = x^2, \quad y = -x^2, \quad x = 1.$$

$$3. 4x^2 - 3y = 0, \quad 2x - y = 0.$$

$$4. y = \frac{1}{x}, \quad y = 0, \quad x = 1, \quad x = 2.$$

$$5. y = \sqrt{x}, \quad y = 0, \quad x = 1, \quad x = 2.$$

$$6. 3x^2 - 4y = 0, \quad 2x - 4y + 1 = 0.$$

$$7. y = x^2 + 3, \quad x = 0, \quad y = x - 1, \quad x = 2.$$

$$8. y = x^2 - 1, \quad x = 0, \quad y = x - 5, \quad x = 2.$$

$$9. y = x^2, \quad y = \sqrt{x}.$$

$$10. 2x^2 - 3y = 0, \quad 2x - y = 0.$$

## ТЕМА 11. НЕСОБСТВЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

Вычислить интеграл или установить его расходимость:

$$1. a) \int_0^{+\infty} \frac{dx}{3x^2 + 1};$$

$$б) \int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{2-x}}$$

$$2. a) \int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2 - 6x + 13};$$

$$б) \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}}.$$

$$3. a) \int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2 - 4x + 13};$$

$$б) \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x}}.$$

$$4. a) \int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2 - 4x + 8};$$

$$б) \int_{-2}^2 \frac{dx}{\sqrt{x+2}}.$$

$$5. a) \int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 2};$$

$$б) \int_{-3}^1 \frac{dx}{\sqrt{x+3}}.$$

$$6. a) \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2};$$

$$б) \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-1)^4}}.$$

$$7. \text{ a) } \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + x}; \quad \text{б) } \int_{-1}^0 \frac{dx}{x^3}.$$

$$8. \text{ a) } \int_5^{+\infty} \frac{dx}{x^2 - 8x + 20}; \quad \text{б) } \int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{3-x}}.$$

$$9. \text{ a) } \int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 1}; \quad \text{б) } \int_{-1}^0 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x+1)^2}}.$$

$$10. \text{ a) } \int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2 - 2x + 2}; \quad \text{б) } \int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2}.$$

## ТЕМА 12. РЯДЫ

### 12.1 Числовые ряды. Исследовать ряд на сходимость

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+1}{10n-1}.$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2-3n}{n^3}.$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1,1^n}{n}.$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} (n+1) \cdot 0,8^n$$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}.$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+5}{2^n}$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{2^n}$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{3^n+7}$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$$

$$10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+n}{n^2+1}$$

### 12.2 Степенные ряды. Определить область сходимости степенного ряда

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{2^n}.$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3^n}.$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{3^n}$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^n}{4^n}.$$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1,5)^n}{3^n}.$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{2^n}.$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} 3^n (x-2)^n$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} 5^n \frac{(x+3)^n}{4^n}.$$

$$9. \frac{(x+1,5)^n}{2^n}.$$

$$10. \frac{(x-2)^n}{3^n}.$$

### ТЕМА 13. ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

Исследовать функцию двух переменных на экстремум:

$$1. z = x^3 + 6y^2 + 9xy + 4$$

$$2. z = \frac{x^3}{3} + y^2$$

$$3. z = y^3 + yx^2 + x$$

$$4. z = \frac{x^2}{y-2}$$

$$5. z = x^3 + \frac{y^4}{4}$$

$$6. z = x^2 + 2y - 3xy$$

$$7. z = \frac{y^4}{4} - 2x^2$$

$$8. z = \frac{(y-1)^2}{x^2+1}$$

$$9. z = x^3 - 3xy$$

$$10. y = \frac{2}{x^2+2y}$$

### ТЕМА 15. РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

15.1 Найти общее и частное решения дифференциального уравнения:

$$1. (1+x^2)y' + (1+2y)x = 0, \\ y(1) = 0.$$

$$6. y(2x+1)y' = \sqrt{3+y^2}, \\ y(0) = -1.$$

$$2. (2x+1)dy + y^2dx = 0, y(0) = 1.$$

$$7. y^2y' = 3 - 2x, \\ y(0) = 1.$$

$$3. (1+2y)xdx + (1+x^2)dy = 0, \\ y(0) = 0.$$

$$8. y' - xy^2 = 2xy, \\ y(0) = -1.$$

$$4. y' \lg x + 2y = 2, y' \frac{\partial}{\partial x} = 2.$$

$$9. y(1+x^2)y' = x(1+y^2), \\ y(0) = -1.$$

$$10. y' \lg x + y = 1,$$

$$y' \frac{\partial}{\partial x} = \sqrt{2}.$$

$$5. y(1+x^2)y' = 1+y^2, \\ y(0) = -1.$$

15.2 Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее заданным начальным условиям  $x_0=0$ ;  $y_0=1$ :

1.  $y'' + 6y' + 13y = 0$ ;

6.  $y'' - 4y' + 4y = 0$ ;

2.  $y'' - 4y' + 8y = 0$ ;

7.  $y'' - 6y' + 9y = 0$ ;

3.  $y'' + y' - 6y = 0$ ;

8.  $y'' - 4y' + 4y = 0$ ;

4.  $y'' + 2y' + 5y = 0$ ;

9.  $y'' + 2y' - 8y = 0$ ;

5.  $y'' - 4y' + 5y = 0$ ;

10.  $y'' - 4y' + 5y = 0$ ;

## 2 семестр

По каждому заданию в контрольных работах имеются методические указания, в которых подробно разобраны подобные задачи.

### **Задания вариантов:**

Задача 1. Решить задачу линейного программирования графическим методом.

Задача 2. Решить транспортную задачу.

### Вариант 1.

**Задача 1.** Для производства столов и шкафов мебельная фабрика использует три вида древесины. Нормы затрат каждого вида древесины на один стол – 0,2; 0,1; 1,2 куб. м, на один шкаф – 0,1; 0,3; 1,5 куб. м соответственно. Объемы древесины соответственно 40, 60 и 321 куб. м. Прибыль от реализации одного стола составляет 600 руб., от одного шкафа - 1800 руб. Найти оптимальный план производства, обеспечивающий максимальную прибыль.

### Задача 2.

	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	запасы
$A_1$	4	3	5	2	300
$A_2$	7	1	2	3	200
$A_3$	9	2	4	5	100
потребности	150	150	150	150	

### Вариант 2.

**Задача 1.** Кирпичный завод выпускает кирпичи двух марок ( $M_1$  и  $M_2$ ). Для производства кирпича применяется глина трех видов. Нормы расхода глины каждого вида на 1 кирпич первой марки равны 4, 2, 1 условных единиц; на 1 кирпич второй марки - 2, 3, 4 усл.ед. Общие запасы глины А, В и С составляют 32, 32, 36 усл.ед. Прибыль от реализации 1 кирпича первой марки 5 усл.ед.(в руб.), а второй марки – 8 условных единиц. Составить план производства, обеспечивающий максимальную прибыль.

### Задача 2.

	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	запасы
$A_1$	2	5	5	6	150
$A_2$	4	3	4	4	40
$A_3$	5	2	3	6	160
потребности	100	90	10	150	

### Вариант 3.

**Задача 1.** Для изготовления двух видов изделий В1 и В2 используются три вида сырья. Общее количество сырья первого вида - 130 кг, второго вида - 200 кг, третьего - 180 кг. Расход сырья (кг) каждого вида на изготовление единицы изделия В1 - 4 кг, 4 кг, 0 кг соответственно, на изготовление единицы изделия В2 - 3 кг, 10 кг, 15 кг соответственно. Найти оптимальный план производства изделий В1 и В2, обеспечивающий максимальную прибыль, если изделие В1 дает прибыль в 5 рублей, а изделие В2 - 15 рублей.

### Задача 2.

	В <sub>1</sub>	В <sub>2</sub>	В <sub>3</sub>	В <sub>4</sub>	запасы
А <sub>1</sub>	3	4	6	5	50
А <sub>2</sub>	6	3	7	6	50
А <sub>3</sub>	10	5	2	2	230
потребности	100	60	40	130	

### Вариант 4.

**Задача 1.** На четырех станках обрабатывается два вида изделий В1 и В2. Изделие В1 требует обработки на станках 5; 2; 0; 1 единиц времени, соответственно. Изделие В2 - 0; 7; 1; 2 единиц времени. Фонд полезного времени работы станков - 70, 63, 8 и 20 единиц времени. Составить план производства изделий, обеспечивающий максимальную загрузку станков.

### Задача 2.

	В <sub>1</sub>	В <sub>2</sub>	В <sub>3</sub>	В <sub>4</sub>	запасы
А <sub>1</sub>	5	2	1	6	200
А <sub>2</sub>	6	2	4	4	130
А <sub>3</sub>	9	2	3	7	70
потребности	160	140	40	60	

### Вариант 5.

**Задача 1.** Для изготовления двух видов соков используются слива, черника, клубника. Общее количество сливы - 300 кг, черники - 270 кг, клубники - 400 кг. На сок 1-го вида идет каждого вида, соответственно 2, 1, 4 кг, на сок 2-го вида, соответственно, 3, 3, 1 кг. Найти оптимальный план производства двух видов соков, обеспечивающий максимальную прибыль производства, если цена одной банки сока 1-го вида равна 25 рублей, а 2-го вида – 45 рублей.

### Задача 2.

	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>4</sub>	запасы
A <sub>1</sub>	1	2	3	1	210
A <sub>2</sub>	3	4	2	4	10
A <sub>3</sub>	5	7	6	3	40
потребности	140	40	30	50	

### Вариант 6.

**Задача 1.** На участке цеха три группы оборудования: токарное, фрезерное, сверлильное. Единица изделия вида А обрабатывается на каждом станке 3, 4, 2 часа соответственно. Единица изделия вида Б обрабатывается 4, 3, 2 часа. Фонд полезного времени работы токарного оборудования - 40 часов, фрезерного - 36 часов, сверлильного - 20 часов. Рассчитать план выпуска изделий, обеспечивающий максимальную загрузку оборудования.

### Задача 2.

	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	запасы
A <sub>1</sub>	4	5	2	30
A <sub>2</sub>	3	1	3	170
A <sub>3</sub>	2	7	6	40
A <sub>4</sub>	3	3	1	60
потребности	100	150	90	

### Вариант 7.

**Задача 1.** На участке цеха имеется три группы оборудования: токарное, фрезерное, шлифовальное. Единица изделия вида А обрабатывается на каждом станке 2, 1, 0 часов соответственно. Единица изделия вида Б обрабатывается 2, 2, 4 ч. Фонд полезного времени токарного - 14 час., фрезерного – 11 час., шлифовального – 20 час. Рассчитать план выпуска изделий, обеспечивающий максимальную загрузку оборудования.

#### Задача 2.

	$B_1$	$B_2$	$B_3$	запасы
$A_1$	1	5	4	100
$A_2$	5	1	5	120
$A_3$	4	7	5	80
$A_4$	7	3	5	10
потребности	40	70	200	

### Вариант 8.

**Задача 1.** Трикотажная фабрика использует для производства свитеров и кофточек чистую шерсть, силон и нитрон, запас которых составляет, соответственно, 900, 400 и 300 кг. Количество пряжи каждого вида (кг), необходимой для изготовления одного свитера – 0,4; 0,2 и 0,1 соответственно, для одной кофточки – 0,3; 0,1 и 0,1 кг. Составить план производства изделий, обеспечивающий получение максимальной прибыли, если прибыль от реализации свитера и кофточки 600 руб. и 500 руб. соответственно.

#### Задача 2.

	$B_1$	$B_2$	$B_3$	запасы
$A_1$	1	4	7	70
$A_2$	3	6	3	130
$A_3$	4	8	12	80
$A_4$	1	5	9	180
потребности	130	60	270	

### Вариант 9.

**Задача 1.** Макаaronная фабрика производит два вида изделий А и Б, используя три вида сырья: муку, яйца, соль. Общие запасы каждого вида сырья соответственно равны 3000, 252, 120. Нормы расхода сырья на ед. веса изделий А - 120, 3, 4; на ед. веса изделий Б - 40, 12, 4. Составить план производства, обеспечивающий максимальную прибыль, если ед. веса изделий А дает прибыль 300 руб., а Б - 400 рублей.

#### Задача 2.

	$B_1$	$B_2$	$B_3$	запасы
$A_1$	1	4	3	85
$A_2$	5	5	4	85
$A_3$	2	4	7	70
$A_4$	2	3	5	60
потребности	170	80	50	

### Вариант 10.

**Задача 1.** В кондитерской для изготовления двух видов булок  $B_1$  и  $B_2$  используются мука, яйцо (шт.), сахар, маргарин. На изготовление булки  $B_1$  идет каждого вида сырья, соответственно: 1; 2; 0; 0,3 ед. продуктов, а на изготовление  $B_2$ , соответственно: 1; 4; 0,5; 0,4 ед. продуктов. Общие запасы муки составляют 40 кг, яйца - 100 штук, сахара - 10 кг, маргарина - 12 кг. Прибыль от реализации одной булки  $B_1$  - 10 руб., а от одной булки  $B_2$  - 20 руб. Составить оптимальный план производства булок, обеспечивающий максимальную прибыль.

#### Задача 2.

	$B_1$	$B_2$	$B_3$	запасы
$A_1$	1	3	4	25
$A_2$	9	5	2	75
$A_3$	3	4	5	120
$A_4$	5	7	2	80
потребности	105	115	80	

## Методические указания к решению задач

**Задача 1.** Для изготовления двух видов изделий I и II используются три вида сырья. На производство единицы изделия I требуется затратить сырья первого вида 13 кг, сырья второго вида – 32 кг, сырья третьего вида – 58 кг. На производство единицы изделия II требуется затратить сырья первого вида 24 кг, сырья второго вида – 32 кг, сырья третьего вида – 29 кг. Производство обеспечено сырьем первого вида в количестве 312 кг, сырьем второго вида – 480 кг, сырьем третьего вида – 696 кг. Прибыль от реализации единицы готового изделия I вида составляет 4 усл. ед, а изделия II вида – 3 усл. ед.

Требуется составить план производства изделий I и II, обеспечивающий максимальную прибыль от их реализации, если заранее планируется изготовление не менее 10 единиц изделий I и II.

**Решение:** Для удобства оформим данные задачи в таблице.

Вид сырья	Кол-во затрачиваемого сырья на единицу изделия		Общее кол-во сырья
	A	B	
S <sub>1</sub>	12	4	300
S <sub>2</sub>	4	4	120
S <sub>3</sub>	3	12	252
Прибыль (усл. ед)	30	40	

Составим математическую модель задачи.

1. Введем переменные задачи:

$x_1$  – количество изделий вида I, планируемых к выпуску;

$x_2$  – количество изделий вида II, планируемых к выпуску.

2. Составим систему ограничений:

$$\begin{cases} 13x_1 + 24x_2 \leq 312, & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 32x_1 + 32x_2 \leq 480, & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 58x_1 + 29x_2 \leq 696, & (3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 10, & (4) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 \geq 0, & x_2 \geq 0 \end{cases}$$

3. Зададим целевую функцию:

$$F(X) = 4x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

Построим область допустимых решений задачи.

Для этого в прямоугольной декартовой системе координат построим прямую  $l_1: 13x_1 + 24x_2 = 312$ , соответствующую ограничению (1). Для этого найдем координаты двух точек, принадлежащих данной прямой. Полагаем  $x_1 = 0$ , тогда  $x_2 = 13$ , возьмем  $x_2 = 0$ , получаем  $x_1 = 24$ . Получили координаты точек  $B(24, 0)$  и  $C(0, 13)$ .

Определим, какая из двух полуплоскостей, на которые эта прямая делит всю координатную плоскость, является областью решений неравенства (1). Для этого подставим, например, координаты точки  $O(0; 0)$ , не лежащей на прямой  $l_1$ , в данное ограничение:

$13 \cdot 0 + 24 \cdot 0 \leq 312$ . Получаем  $0 \leq 312$ , следовательно, точка  $O$  лежит в полуплоскости решений. Укажем данную полуплоскость штриховкой (рис.1).

рис. 1

Аналогично строим прямую  $l_2: 32x_1 + 32x_2 = 480$ , соответствующую ограничению (2), находим полуплоскость решений. Отметим штриховкой общую часть полуплоскостей решений (рис. 2).

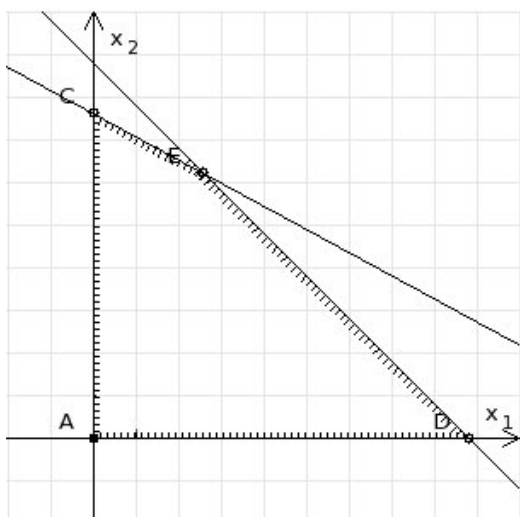


рис. 2

Строим прямую  $l_3: 58x_1 + 29x_2 = 696$ , соответствующую ограничению (3), находим полуплоскость решений. Штриховкой обозначим общую часть полуплоскостей решений (рис. 3).

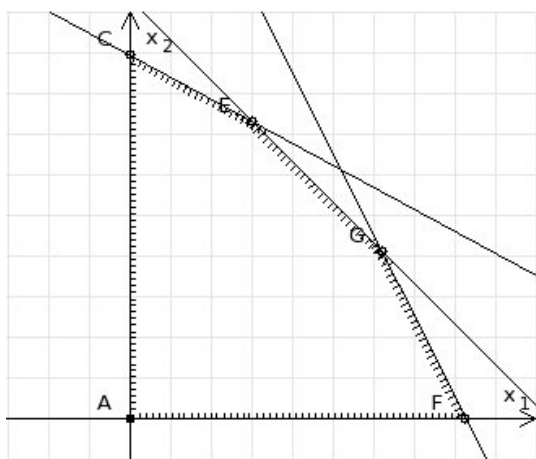


рис. 3

Построим прямую  $l_4: x_1 + x_2 = 10$ . Определим, какая из двух полуплоскостей, на которые эта прямая делит всю координатную плоскость, является областью решений неравенства (4). Для этого подставим, например, координаты точки  $O(0; 0)$ , не лежащей на прямой  $l_4$ , в данное ограничение.

Получаем  $0 \geq 10$ , следовательно точка  $O$  не принадлежит полуплоскости решений. Штрихуем ту часть плоскости относительно прямой, где не лежит точка  $O$ .

Далее находим общую часть полуплоскостей решений, учитывая при этом условия неотрицательности переменных. Полученную область допустимых решений отметим штриховкой (рис. 4).

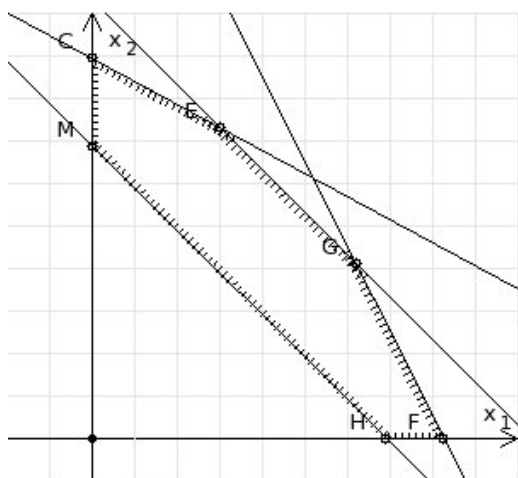


рис. 4

Построим нормаль линий уровня  $\vec{c} = (4; 3)$  и одну из линий, например  $4x_1 + 3x_2 = 0$ .

Так как решается задача нахождение максимума целевой функции, то линию уровня перемещаем в направлении нормали до последней точки многоугольника решений  $MCEGF$  (рис. 5).

рис. 5

Видим, что последней точкой данного прямоугольника будет точка  $G$ . В данной точке значение функции будет наибольшим.

Для нахождения координат точки  $G = l_2 \cap l_3$  необходимо решить систему уравнений

$$\begin{cases} 32x_1 + 34x_2 = 480, \\ 58x_1 + 29x_2 = 696 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 32x_1 + 34x_2 = 480, \\ 58x_1 + 29x_2 = 696 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 15, \\ 2x_1 + x_2 = 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = 15 - x_1, \\ 2x_1 + 15 - x_1 = 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = 15 - x_1, \\ x_1 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = 6, \\ x_1 = 9 \end{cases}$$

Получим  $G(9, 6)$ .

Находим  $F(G) = 4 \cdot 9 + 3 \cdot 6 = 54$ .

Ответ: Для получения максимальной прибыли 54 усл. ед, необходимо производить 9 изделий вида I и 6 изделий вида II.

**Задача 2.** Четыре предприятия данного экономического района для производства продукции использует три вида сырья. Потребности в сырье каждого из предприятий соответственно равны 120, 50, 190 и 110 ед. Сырье сосредоточено в трех местах его получения, а запасы соответственно равны 160, 140, 170 ед. На каждое из предприятий сырье может завозиться из любого пункта его получения. Тарифы перевозок

являются известными величинами и задаются матрицей  $C = \begin{pmatrix} 8 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 9 \\ 9 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

Составить такой план перевозок, при котором общая себестоимость перевозок является минимальной.

**Решение:**

	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>4</sub>	
A <sub>1</sub>	7	8	1	2	160
A <sub>2</sub>	4	5	9	8	140
A <sub>3</sub>	9	2	3	6	170
	120	50	190	110	470

$\sum_{j=1}^m b_j = \sum_{i=1}^n a_i$  — задача закрытого типа.

Составим первый план транспортной задачи методом северо-западного угла. Заполнение клеток таблицы начнем с левой верхней клетки.

	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>4</sub>	
A <sub>1</sub>	7 120	8 40	1	2	160
A <sub>2</sub>	4	5 10	9 130	8	140
A <sub>3</sub>	9	2	3 60	6 110	170
	120	50	190	110	470

$$X_1 = \begin{pmatrix} 20 & 40 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 130 & 0 \\ 0 & 0 & 60 & 110 \end{pmatrix}, S_1 = 120 \cdot 7 + 40 \cdot 8 + 10 \cdot 5 + 130 \cdot 9 + 60 \cdot 3 + 110 \cdot 6 = 3120$$

Составим первый план методом минимальной стоимости. Будем заполнять клетки с минимальными тарифами.

	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>4</sub>	
A <sub>1</sub>	7	8	1	2	160
			160		
A <sub>2</sub>	4	5	9	8	140
	120			20	
A <sub>3</sub>	9	2	3	6	170
		50	30	90	
	120	50	190	110	470

$$X_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 160 & 0 \\ 120 & 0 & 0 & 20 \\ 0 & 50 & 30 & 90 \end{pmatrix}$$

$$S_2 = 160 \cdot 1 + 120 \cdot 4 + 20 \cdot 8 + 50 \cdot 2 + 30 \cdot 3 + 90 \cdot 6 = 1530$$

Стоимость при таком плане перевозок почти в два раза меньше. Начнем решение задачи с этого плана. Проверим его на оптимальность. Введем потенциалы  $\alpha_i$  – соответственно отправления,  $\beta_j$  – соответственно назначения. По занятым клеткам составляем систему уравнений  $\alpha_i + \beta_j = c_{ij}$ :

$$\begin{cases} \alpha_1 + \beta_3 = 1, & \alpha_1 = 0 \\ \alpha_2 + \beta_1 = 4, & \beta_3 = 1 \\ \alpha_2 + \beta_4 = 8, & \beta_4 = 2 \\ \alpha_3 + \beta_2 = 2, & \alpha_2 = 6 \\ \alpha_3 + \beta_3 = 3, & \beta_1 = -2 \\ \alpha_3 + \beta_4 = 6, & \alpha_3 = 2 \\ \beta_2 = 0 \end{cases}$$

Для свободных клеток таблицы проверяем критерий оптимальности  $u_i + v_j \leq c_{ij}$ .

$$\text{Будем составлять разности } D_{ij} = u_i + v_j - c_{ij}.$$

$$D_{11} = 0 + 0 - 7 < 0$$

$$D_{12} = 0 + 0 - 8 < 0$$

$$D_{14} = 0 + 4 - 2 = 2 > 0$$

$$D_{22} = 4 + 0 - 5 < 0$$

$$D_{23} = 4 + 1 - 9 < 0$$

$$D_{31} = 2 + 0 - 9 < 0$$

План не оптимальный т. к. имеется положительная оценка  $D_{14} = 2$ .

Построим из неё цикл пересчета. Это ломаная линия звеньев, которые расположены строго по вертикали или горизонтали, а вершины находятся в занятых клетках. В плохой клетке поставим знак (+). В остальных вершинах знаки чередуются. Из отрицательных вершин выбираем наименьшее число и сдвигаем его по циклу. Перешли к новому опорному плану.

	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>4</sub>	
A <sub>1</sub>	7	8	1 (-)	2 (+)	160
A <sub>2</sub>	4	5	9	8	140
A <sub>3</sub>	9	2	3 (+)	6	170
	120	50	190	110	470

Diagram description: A cycle is highlighted with a rectangle connecting cells (A1, B3), (A1, B4), (A2, B4), (A2, B3), (A3, B3), and (A3, B4). The value 160 is in (A1, B3), 8 is in (A2, B4), 30 is in (A3, B3), and 90 is in (A3, B4). Signs (+) and (-) are placed in the corners of the cycle.

	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>4</sub>	
A <sub>1</sub>	7	8	1 (-)	2 (+)	160
			70	90	

Diagram description: A cycle is highlighted with a rectangle connecting cells (A1, B3), (A1, B4), (A1, B4), (A1, B3), (A1, B4), and (A1, B3). The value 70 is in (A1, B3) and 90 is in (A1, B4). Signs (+) and (-) are placed in the corners of the cycle.

A <sub>2</sub>	4	5	9	8	140
	120	+		-	20
A <sub>3</sub>	9	2	3	6	170
		-	50	+	120
	120	50	190	110	470

$$X_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 70 & 90 \\ 120 & 0 & 0 & 20 \\ 0 & 50 & 120 & 0 \end{pmatrix}$$

$$S_3 = 70 \cdot 1 + 90 \cdot 2 + 120 \cdot 4 + 20 \cdot 8 + 50 \cdot 2 + 120 \cdot 3 = 1350$$

Стоимость перевозок меньше, т.е. план улучшили. Проверяем теперь новый план на оптимальность. По занятым клеткам:

$$\begin{aligned} u_1 + v_3 &= 1, & u_1 &= 0 \\ u_1 + v_4 &= 2, & v_4 &= 2 \\ u_2 + v_4 &= 8, & u_2 &= 6 \\ u_3 + v_2 &= 2, & u_3 &= 2 \\ u_3 + v_3 &= 3, & v_3 &= 1 \\ u_2 + v_1 &= 4, & v_1 &= -2 \\ v_2 &= 0 \end{aligned}$$

По свободным клеткам:

$$D_{11} = 0 - 2 - 7 < 0$$

$$D_{12} = 0 + 0 - 8 < 0$$

$$D_{22} = 0 + 6 - 5 = 1 > 0$$

$$D_{23} = 6 + 1 - 9 < 0$$

$$D_{31} = 2 - 2 - 9 < 0$$

$$D_{34} = 2 + 2 - 6 < 0$$

План не оптимальный т. к. имеется положительная оценка  $D_{22} = 1$ .

Строим цикл пересчета и переходим к новому плану.

	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>4</sub>	
--	----------------	----------------	----------------	----------------	--

	7	8	1	2	
A <sub>1</sub>			50	110	160
A <sub>2</sub>	4	5	9	8	140
	120	20			
A <sub>3</sub>	9	2	3	6	170
	30	140			
	120	50	190	110	470

$$X_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 50 & 110 \\ 120 & 20 & 0 & 0 \\ 0 & 30 & 140 & 0 \end{pmatrix}$$

$$S_4 = 50 \cdot 1 + 110 \cdot 2 + 120 \cdot 4 + 20 \cdot 5 + 30 \cdot 2 + 140 \cdot 3 = 1330$$

Проверяем новый план на оптимальность.

По занятым клеткам:

$$\begin{aligned} i & u_1 + v_3 = 1, \quad v_3 = 1 \\ ii & u_1 + v_4 = 2, \quad v_4 = 2 \\ iii & u_2 + v_1 = 4, \quad v_1 = -1 \\ iv & u_2 + v_2 = 5, \quad u_2 = 5 \\ v & u_3 + v_2 = 2, \quad v_2 = 0 \\ vi & u_3 + v_3 = 3, \quad u_3 = 2 \\ vii & u_1 = 0 \end{aligned}$$

По свободным клеткам:

$$D_{11} = 0 - 1 - 7 < 0$$

$$D_{12} = 0 + 0 - 8 < 0$$

$$D_{23} = 5 + 1 - 9 < 0$$

$$D_{24} = 5 + 2 - 8 < 0$$

$$D_{31} = 2 - 1 - 9 < 0$$

$$D_{34} = 2 + 2 - 6 < 0$$

Критерий оптимальности выполнен, т. е. последний план оптимальный.

Ответ:

$$X^* = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 50 & 110 \\ 120 & 20 & 0 & 0 \\ 0 & 30 & 140 & 0 \end{pmatrix}$$

$$S_{\min} = 1330.$$